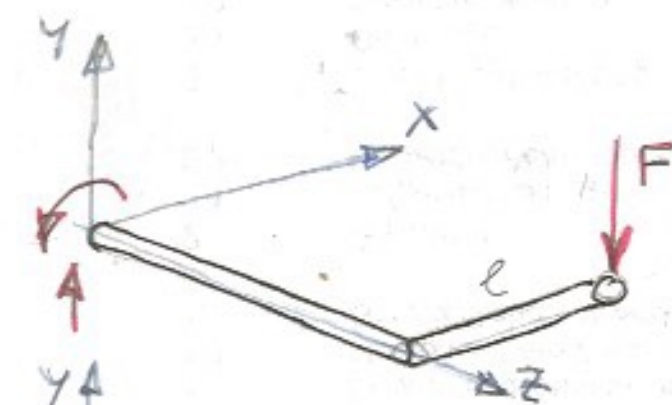


- Bauteile :
- Wellen
 - Torsionsfedern (Drehstabfederung)
 - Schraubenfeder
 - Bohrer
 - Schraubenzieher

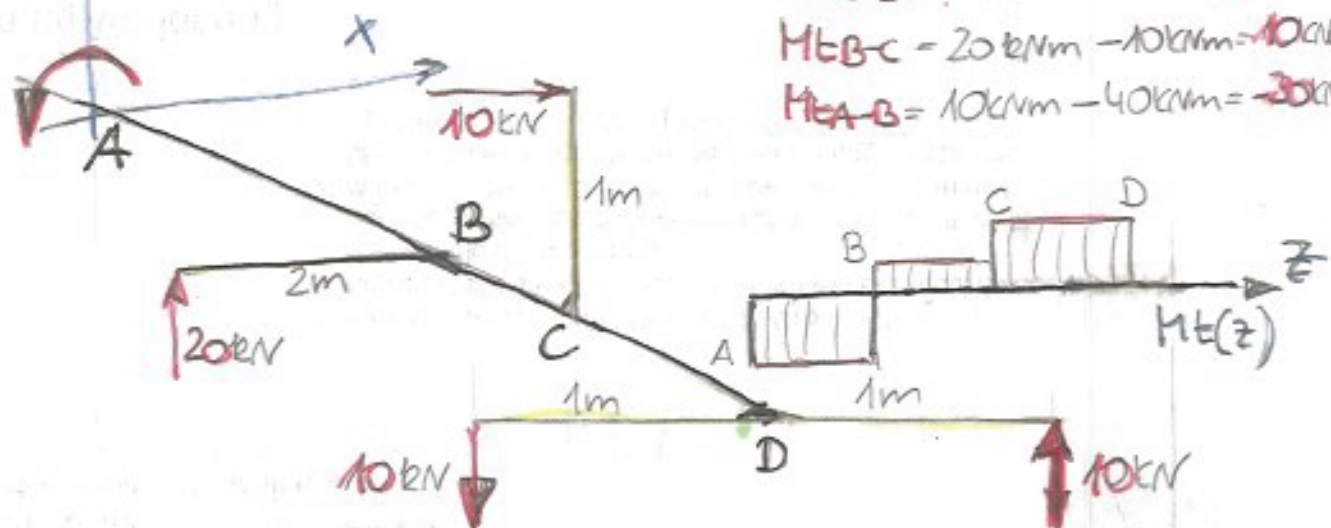
Merke: Torsion bei kreisförmigen und nicht kreisförmigen Querschnitt sind stark unterschiedlich

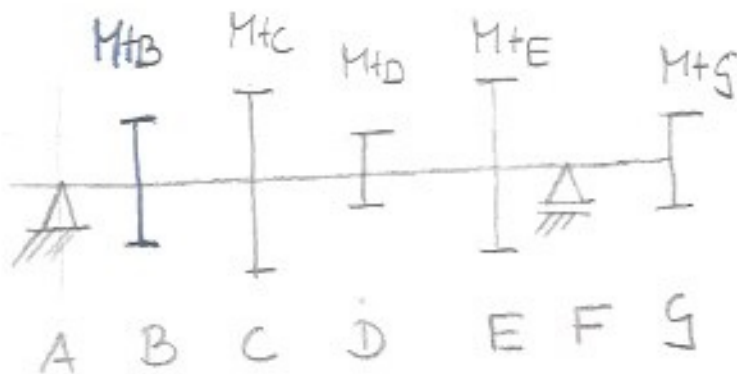
$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \leq \tau_{zul}$$

Belastungskennwert



$$M_t = -F \cdot l$$





ges.: - Torsionsmomentenfläche
- Ort u. Größe von M_{tmax}

gegeben: a) bei B-Antrieb

$$M_{tB} = 11,8 \text{ kNm}$$

abgeführt bei C, D, E, G

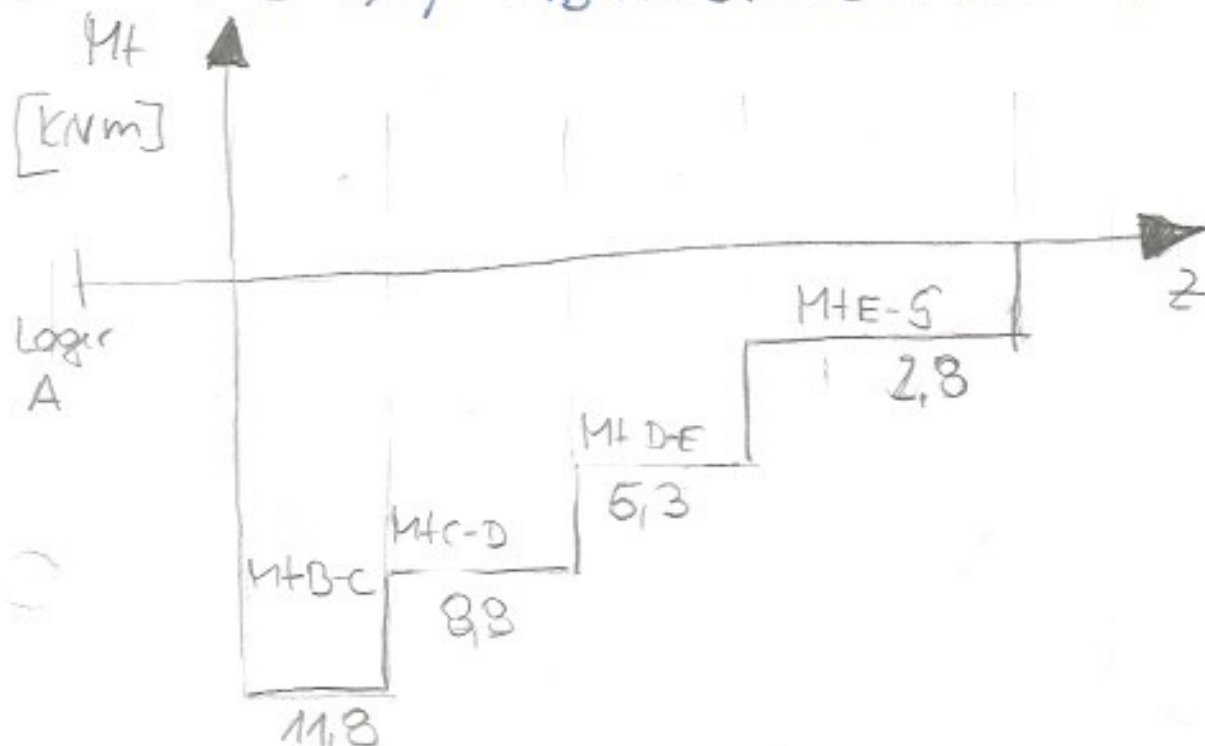
$$M_{tC} = 3 \text{ kNm}$$

$$M_{tD} = 3,5 \text{ kNm}$$

$$M_{tE} = 2,5 \text{ kNm}$$

$$M_{tG} = 2,8 \text{ kNm}$$

$$M_{tB} = M_{tG}; \quad M_{tB} + M_{tC} + M_{tD} + M_{tE} + M_{tG} = 0$$



b) bei D-Antrieb

$$M_{tD} = 11,8 \text{ kNm}$$

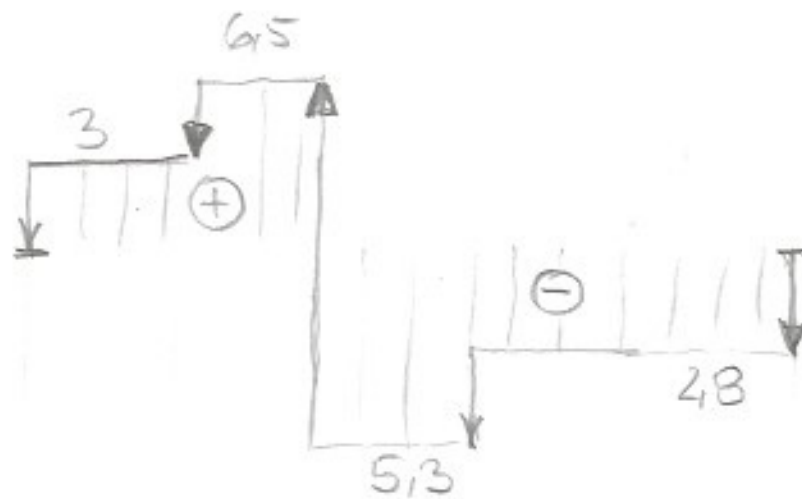
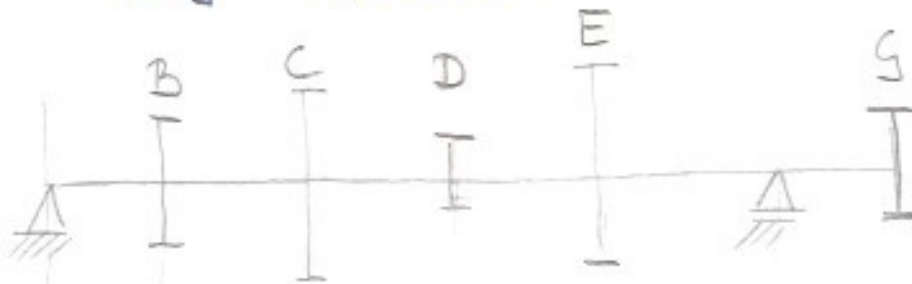
abführen B, C, E, S

$$M_{tB} = 3 \text{ kNm}$$

$$M_{tC} = 3,5 \text{ kNm}$$

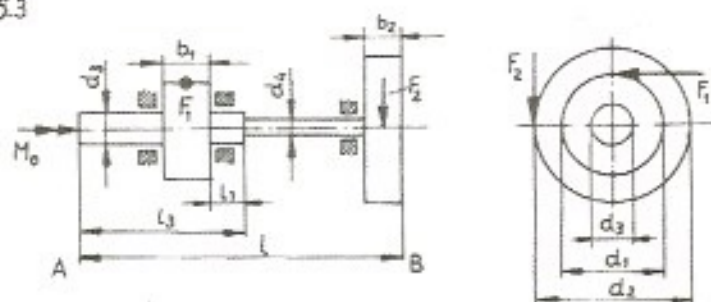
$$M_{tE} = 2,5 \text{ kNm}$$

$$M_{tS} = 2,8 \text{ kNm}$$



abführen - 11,8 - abführen
 $\Sigma 6,5$ $\Sigma 5,3$





Geg: $F_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$; $F_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ N}$; $\tau_{\text{zul}} = 100 \text{ N/mm}^2$; $G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

$l = 1 \text{ m}$; $l_1 = 0,1 \text{ m}$; $l_3 = 0,4 \text{ m}$; $d_1 = 0,2 \text{ m}$; $d_2 = 0,1 \text{ m}$; $b_1 - b_2 = 0,05 \text{ m}$

Ges: 1) M_0 ; 2) d_3 und d_4 ; 3) Verdrehung von B gegenüber A

+ Momentendiagramm

Lösung:

$$\text{zu 1) } M_0 - F_1 \cdot \frac{d_1}{2} - F_2 \cdot \frac{d_2}{2} = 0$$

$$M_0 = F_1 \cdot \frac{d_1}{2} + F_2 \cdot \frac{d_2}{2}$$

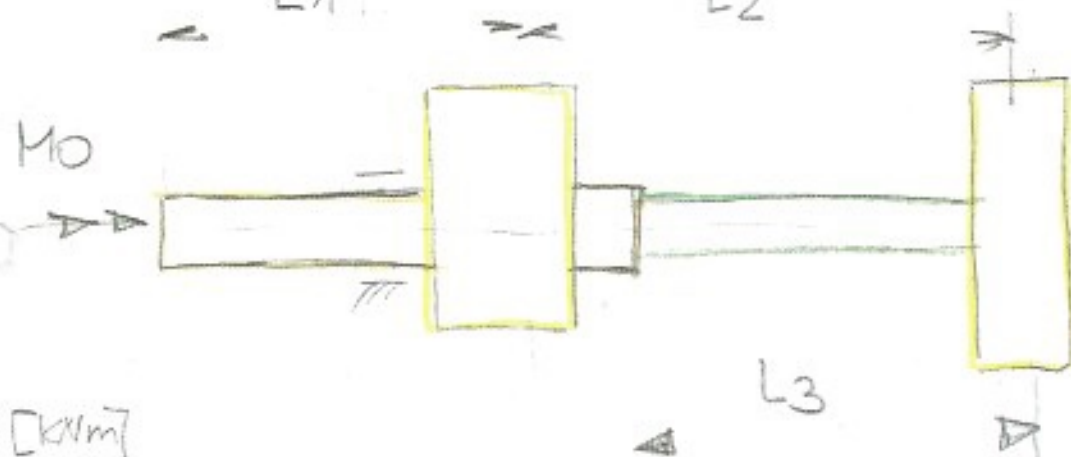
$$M_0 = 3 \text{ kNm}$$

$$M_1 = 2 \text{ kNm}$$

$$M_2 = 1 \text{ kNm}$$

$$M_0 = 20 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,2 = 3 \text{ kNm}$$

L_1 L_2



[kNm]

3



MT-Diagramm

3

$$L_1 = l_3 - l_1 - \frac{b_1}{2} = 0,4 - 0,1 - 0,025 = 0,275 \text{ m}$$

3

$$L_2 = l - l_3 + l_1 + \frac{b_1}{2} = 1 - 0,4 + 0,1 + 0,025 = 0,725 \text{ m}$$

zu 2)

$$\tau_E = \frac{M_E}{W_E} \leq \tau_{zul}$$

$$\tau_{zul} = 100 \frac{N}{mm^2}$$

$$W_{E3} = \frac{\pi}{16} d_3^3$$

$$M_{E3} = 3 \text{ kNm} = 3 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3 \cdot 10^6}{\pi \cdot 100}}$$

~~Ø~~ 5

$$d_{erf} = \underline{\underline{53,4 \text{ mm}}} \quad d_{gew} = 55 \text{ mm}$$

$$W_{E4} = \frac{\pi}{16} d_4^3$$

$$M_{E4} = 1 \text{ kNm}$$

$$d_4 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1 \cdot 10^6}{\pi \cdot 100}}$$

~~Ø~~ 5

$$d_{erf} = \underline{\underline{37 \text{ mm}}}$$

Torsion - Beispiele

-1-

[Holzmann, Meyer, Schumpick]

Bm: 1

gegeben: Schiffswelle aus Stahl ($G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$)

$$l = 16 \text{ m}$$

$$n = 80 \text{ min}^{-1}$$

Soll so bemessen werden, dass beim größten Drehmoment die zul. Schubspannung

$\tau_{\text{zul}} = 40 \text{ N/mm}^2$ nicht überschritten wird

Hierbei darf der Drehwinkel höchstens

$\varphi = 4^\circ$ betragen.

ges. d , τ , P

Lösung: $\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3$$

$$\hat{\varphi} = \frac{M_t \cdot l}{I_p \cdot G}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^4$$

①

$$M_t = M_t$$

$$\tau_t W_p = \frac{\hat{\varphi} I_p G}{l}$$

$$\tau_t \cdot \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\hat{\varphi} \cdot \pi d^4 \cdot G}{32 l}$$

$$\tau_t = \frac{\hat{\varphi} \cdot d \cdot G}{2 \cdot l}$$

$$d = \frac{\tau_t \cdot 2 \cdot l}{\hat{\varphi} \cdot G}$$

$$d_{\text{erf}} = \frac{40 \text{ N} \cdot 2 \cdot 16 \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 180^\circ \text{ mm}^2}{\text{mm}^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^4 \text{ N}}$$

$$d_{\text{erf}} = 226,3 \text{ mm}$$

$$\underline{d_{\text{gew}} = 230 \text{ mm}}$$

② $M_{t\text{zul}} = J_{t\text{zul}} \cdot \omega_p = J_{t\text{zul}} \cdot \frac{\pi}{16} d^3$ → diese Gleichung muß für Drehmoment herangezogen werden

$$M_{t\text{zul}} = 40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot 230^3 \text{ mm}^3 = 9,56 \cdot 10^7 \text{ Nmm} = 95,6 \text{ KNm}$$

oder:

$$M_t = \frac{\varphi \cdot I_p \cdot G}{l} = \frac{4^\circ \pi \cdot \pi d^4 \cdot 8,1 \cdot 10^4}{180^\circ 32 \cdot 16 \cdot 10^3}$$

$$= \frac{\text{mm}^4 \text{ N}}{\text{mm mm}^2}$$

$$= 97 \text{ KNm}$$

③

$$M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n} \quad \begin{array}{c|c|c} n & P & M_t \\ \hline \text{min}^{-1} & \text{Kw} & \text{Nm} \end{array}$$

$$P = \frac{M_t \cdot n}{9550} = \frac{9,56 \cdot 10^4 \cdot 80}{9550}$$

$$\underline{P = 800 \text{ Kw}}$$

Bsp: 7.3

Ein Drehmomentschlüssel aus Federstahl mit geradem zylindrischen Schaft soll bei dem Drehmoment $M_t = 50 \text{ Nm}$ den Winkelausschlag $\varphi = 10^\circ$ bezogen auf die Schaftlänge, ergeben.

gege.: $\tau_{zul} = 150 \text{ N/mm}^2$
 $G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

ges.: d, l

Lösung:

① $\tau_t = \frac{M_t}{W_p} \rightarrow d \text{ entwerfen}$

② $\hat{\varphi} = \frac{M_t \cdot l}{I_p \cdot G} \rightarrow \text{Länge bestimmen}$

zu ① $\frac{\pi}{16} d^3 = \frac{M_t}{\tau_{t,zul}} ; d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{t,zul}}}$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ Nmm}^3}{\pi \cdot 150 \text{ N}}}$$

$$d_{erf} = 11,9 \text{ mm}$$

$$d_{gew} = 12 \text{ mm}$$

zu ② $l = \frac{\hat{\varphi} \cdot I_p \cdot G}{M_t} = \frac{\hat{\varphi} \cdot \pi \cdot d^4 \cdot G}{32 \cdot M_t}$

$$l = \frac{10^\circ \pi^2 \cdot 12^4 \text{ mm}^4 \cdot 8,1 \cdot 10^4 \text{ N}}{32 \cdot 180^\circ \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ Nmm mm}^2} = \underline{\underline{576 \text{ mm}}}$$

9.164 [Kobus]

Welchen Innendurchmesser d_i muß eine Hohlwelle mit dem Außen $\varnothing d_o = 780 \text{ mm}$ haben, wenn ihr Widerstandsmoment gegen Torsion ebenso groß sein soll wie das einer Vollwelle mit $d = 600 \text{ mm}$ Durchmesser

$$W_{\text{Voll}} = \frac{\pi}{16} d^3$$

$$W_{\text{Hohl}} = \frac{\pi}{16} \left(\frac{d_o^4 - d_i^4}{d_o} \right)$$

$$d_o = 780 \text{ mm}$$

$$d = 600 \text{ mm}$$

$$d^3 \cdot d_o = d_o^4 - d_i^4$$

$$d_i = \sqrt[4]{d_o^4 - d^3 d_o}$$

$$d_i = \sqrt[4]{780^4 - 600^3 \cdot 780}$$

$$d_i = 670,13 \text{ mm}$$

9.166 [Kobus]

Welche Leistung kann eine Welle mit 4mm Durchmesser bei einer Drehrate von 1000 min^{-1} übertragen, wenn die zul. Torsionsspannung 20 N/mm^2 beträgt?

Welchen Innen $\varnothing$ dürfte theoretisch eine Hohlwelle mit 5mm Außen $\varnothing$ unter gleichen Bedingungen haben?

geg. $n = 1000 \text{ min}^{-1}$
 $T_{\text{zul}} = 20 \text{ N/mm}^2$
 $d = 4 \text{ mm}$
 $d_2 = 5 \text{ mm}$

ges.: 1. $P, d = 4 \text{ mm}$
 2. d_i
 $d_2 = 5 \text{ mm}$

Lösung

$$\textcircled{1} \quad M_t = T_{\text{zul}} \cdot W_t = 20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{16} 4^3 \text{ mm}^3$$

$$M_t = 251,327 \text{ Nmm} = 0,251 \text{ Nm}$$

$$\text{aus } M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n} \rightarrow$$

$$P = \frac{M_t \cdot n}{9550} = \frac{0,251 \cdot 1000}{9550}$$

$$P = 0,0268 \text{ kW}$$

$$\textcircled{2} \quad W_t = \frac{M_t}{T_{\text{zul}}} = \frac{251,327 \text{ Nmm}^3}{20 \text{ N}} = 12,56 \text{ mm}^3$$

$$W_t = \frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_i^4)$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} (d_o^4 - d_i^4)$$

$$\frac{W_t \cdot 16}{\pi} \cdot d_o = d_o^4 - d_i^4$$

$$d_i = \sqrt[4]{d_o^4 - \frac{16}{\pi} W_t d_o}$$

$$d_i = \sqrt[4]{5^4 - \frac{16}{\pi} 12,56 \cdot 5}$$

$$d_i = 4,179 \text{ mm}$$

7.2. (Holzmann)

geg.: Für Messinstrument ist eine gerade Torsionsstabfeder mit Kreisquerschnitt zu entwerfen. Bei dem Torsionsmoment $M_t = 98 \text{ Nm}$ soll der Torsionswinkel $\varphi = 50^\circ$ betragen $\tau_{zul} = 500 \text{ N/mm}^2$; $G = 8,1 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

ges.: d, l

Lösung:

$$a: \quad \tau_t = \frac{M_t}{\frac{\pi}{16} \cdot d^3} \leq \tau_{zul}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi \cdot \tau_{zul}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 98 \cdot 10^3}{\pi \cdot 500}} = 2 \text{ mm}$$

$$e: \quad \hat{\varphi} = \frac{M_t \cdot l}{I_p \cdot G}$$

$$l = \frac{\hat{\varphi} \cdot I_p \cdot G}{M_t} =$$

$$\hat{\varphi} = \frac{\varphi^\circ \pi}{180^\circ}$$

$$l = \frac{\varphi^\circ \cdot \pi \cdot \pi \cdot G}{32 \cdot M_t \cdot 180^\circ} = \frac{50^\circ \cdot \pi^2 \cdot 8,1 \cdot 10^4 \cdot 2^4}{32 \cdot 98 \cdot 10^3 \cdot 180^\circ}$$

$$l = 138,79 \text{ mm} \approx 139 \text{ mm}$$

- ① Eine Getriebewelle soll bei der Drehzahl
 $n = 460 \text{ min}^{-1}$ die Leistung $P = 18,75 \text{ kW}$
 übertragen

$$\tau_{zul} = 35 \text{ N/mm}^2$$

ges.: ① Welle als Vollwelle

② Welle als Hohlwelle $\alpha = \frac{d_i}{d_o} = 0,75$

③ Welche Massensparnis bringt die Ausführung als Hohlwelle?

Lösung:

① $M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n}$ $\frac{P}{\text{kW}} \quad \frac{n}{\text{min}^{-1}} \quad \frac{M_t}{\text{Nm}}$

$$M_t = 9550 \cdot \frac{18,75}{460} = 389,26 \text{ Nm}$$

$$\tau_t = \frac{M_t \cdot 16}{\pi d^3} \leq \tau_{zul}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_t \cdot 16}{\pi \tau_{zul}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{389,26 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 35}} = 39,4 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{d_{\text{gew}} = 40 \text{ mm}}}$$

② Hohlwelle

$$W_p = \frac{\pi}{16} \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right) = \frac{\pi}{16} \left(\frac{d_o^4 - d_i^4}{d_o} \right)$$

$$\frac{d_i}{d_o} = 0,75$$

$$W_p = \frac{\pi}{16} \left[\frac{d_o^4 - 0,75^4 \cdot d_o^4}{d_o} \right] = \frac{\pi}{16} 0,685 d_o^3$$

$$W_p = 0,134 d_o^3$$

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{M_t}{J_{tzul} \cdot 0,134}} = \sqrt[3]{\frac{389,26 \cdot 10^3}{35 \cdot 0,134}}$$

$$d_o = 43,62 \text{ mm} \quad d_{\text{geu}} = 44 \text{ mm}$$

$$d_i = 33 \text{ mm}$$

$$③ A_{\text{⊗}} = \frac{\pi}{4} d_o^2 = 12,56 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{⊙}} = \frac{\pi}{4} (d_o^2 - d_i^2) = 6,65 \text{ cm}^2$$

$$12,56 \hat{=} 100\%$$

$$6,65 \hat{=} x$$

$$\frac{x}{6,65} = \frac{100\%}{12,56}$$

$$\Rightarrow x = 52,94\% \text{ von } \text{⊗}$$

d.h.

47% Masseerparn.