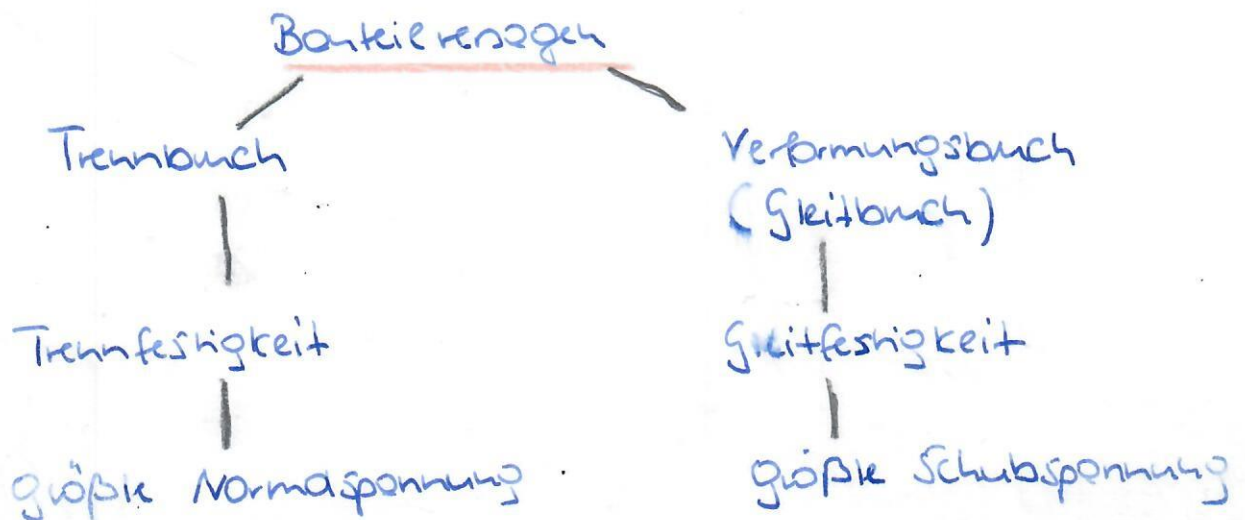


Zusammengesetzte Beanspruchung aus Normal- u. Tangentialspannung

-0-

Merke: Für die zulässige Spannung bzw. Sicherheit ist von Bedeutung

- Art der Beanspruchung
- Art des möglichen Versagens



- Merke:
- Bei mehreren Belastungsarten gibt es eine mehrdimensionale komplexe Spannungsverteilung
 - Werkstoffkennwerte werden aber einachsiger ermittelt
 - → Schaffung eines Berechnungskriteriums "Vergleichsspannung"

Merke: Vergleichsspannung ist eine gedachte (fiktive) Spannung, die auf der Grundlage von Festigkeitshypothesen, mehrachsige und ungleichförmige Spannungszustände auf eine gleichwertige einachsige Normalspannung umrechnet.

Hypothesengrößte Normalspannung

- Galilei
- Lamé
- Clapeyron
- Maxwell

ρ -Verhältniswert
Faktor

- Versagen bei mehrachsiger Beanspruchung
- Versagenskriterium
- größte Norm- o. Hauptspannung erreicht die Trennfestigkeit
- Zug spröder Werkstoffe
- Verformungsbehinderung räumlicher Zug - zöher Werkstoffe

$$\sigma_v = \sigma_{\max} = \sigma_1 \leq \sigma_{\text{zul}}$$

$$\sigma_v = 0,5 \cdot \sigma + 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4(\sigma_0 \tau)^2}$$

$$\varphi = 1; \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_{\text{grenz}}}{\tau_{\text{grenz}}} \cdot \frac{1}{\varphi} \approx \frac{\sigma_{\text{zul}}}{\tau_{\text{zul}} \cdot \varphi}$$

größte Schubspannung

- Coulomb
- Guest
- Mohr

- Versagen d. größte Schubspannung
- Werkstoffe mit ausgeprägten Fließverhalten
- Versagen d. plast. Verformung
- spröde Werkstoffe - Gleitbruch durch Druck

* Druck - spröde Werkstoffe

$$\sigma_r = 2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{\text{zul}}$$

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma^2 + 4(\sigma_0 \cdot \tau)^2}$$

$$\varphi = 2; \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_{\text{grenz}}}{\tau_{\text{grenz}}} \cdot \frac{1}{\varphi}$$

Größe Gestaltänderungsenergie

- Huber
- v. Mises
- Hencky

- Wert der Gestaltänderungsenergie
- Energie für Gestaltänderung

- dynamische Beanspruchung
- vor allem wechselnde Beanspr.
- unabh. v. Belastungsart + Werkstoff
- ruhende, schwellende Beanspr.
duktiler Werkstoffe

$$G_v = \sqrt{G^2 + 3(\alpha_0 \cdot T)^2}$$

$$\varphi = \sqrt{3} ; \alpha = \frac{G_{\text{grenz}}}{T_{\text{grenz}}} \cdot \frac{1}{\varphi}$$

Berechnung von Wellen

- Entwurf des größten Durchmessers
- Berücksichtigung von Biegung und Torsion

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \quad \text{keine Biegung}$$

$$\sigma_b = \frac{M_r}{W} \quad \text{Biegung und Torsion}$$

$$W = \frac{\pi}{32} d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot \sigma_{zul}}}$$

$$\sigma_{zul} = \sigma_{bWR}$$

DFS
Tabelle

- $M_r = \text{Vergleichsmoment}$

$$\sigma_r^2 = \sigma_b^2 + 3(\alpha_0 \cdot \tau)^2$$

$$\alpha_0 = 1 \quad \begin{array}{ll} \text{Biegung} & \text{LF III} \\ \text{Torsion} & \text{LF III} \end{array}$$

$$\alpha_0 = 0,7 \quad \begin{array}{ll} \text{Biegung} & \text{LF III} \\ \text{Torsion} & \text{LF II} \end{array}$$

$$\frac{M_v^2}{W^2} = \frac{M_b^2}{W^2} + 3 \alpha_0^2 \cdot \frac{M_t^2}{4 W^2}$$

$$M_v^2 = M_b^2 + \frac{3}{4} \alpha_0^2 \cdot M_t^2$$

bei $\alpha_0 = 1$

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + \frac{3}{4} M_t^2}$$

B: LF III
T: LF III

bei $\alpha_0 = 0,7$

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + 0,4 \cdot M_t^2}$$

B: LF III
T: LF II

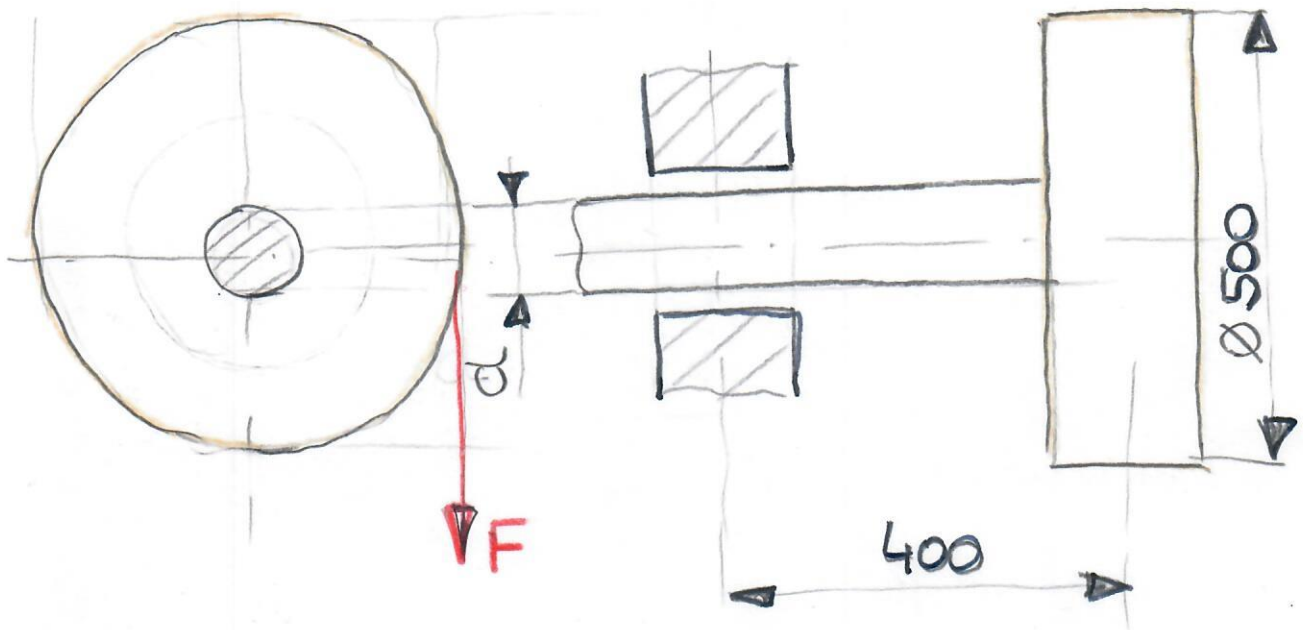
Berechnungsarten

1. Entwurf: $\sigma_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{M_v}{G_{bz1}}}$

2. Spröge: $G_r \leq G_{bz1}$

3. Belastbarkeit: $M_{v\text{max}} = G_b \cdot W$

Beispiel 1:



gegeben: $F = 1,5 \text{ kN}$
 $d = 50 \text{ mm}$

$$\sigma_{\text{bzul}} = 105 \text{ N/mm}^2$$

LF III

$$\tau_{\text{tzul}} = 88 \text{ N/mm}^2$$

LF II

ges.: Nachweisrechnung

Lösung:

$$\alpha_{\phi} = \frac{\sigma_{\text{bzul}}}{\tau_{\text{tzul}} \sqrt{3}} \quad \text{GFH}$$

$$\alpha_{\phi} = \frac{105}{88 \cdot \sqrt{3}} = 0,69$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha \sigma_t)^2}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot d^3}$$

$$\sigma_t = \frac{M_t}{2W} = \frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot d^3}$$

$$M_b = F \cdot 400 \text{ mm} = 1,5 \cdot 400 = 600 \text{ Nm}$$

$$M_t = F \cdot 250 \text{ mm} = 1,5 \cdot 250 = 375 \text{ Nm}$$

$$\sigma_b = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 32}{\pi \cdot 50^3} = 48,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_t = \frac{375 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 50^3} = 15,27 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{48,89^2 + 3 \cdot 0,69^2 \cdot 15,27^2}$$

$$\sigma_v = \underline{52,18 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} < 105 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Variante 2:

über M_V

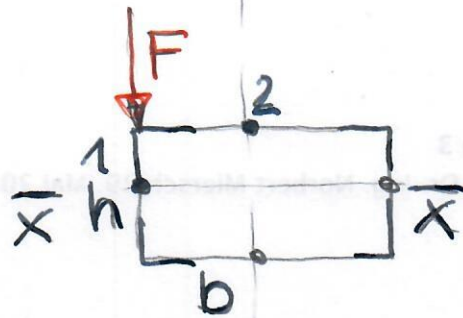
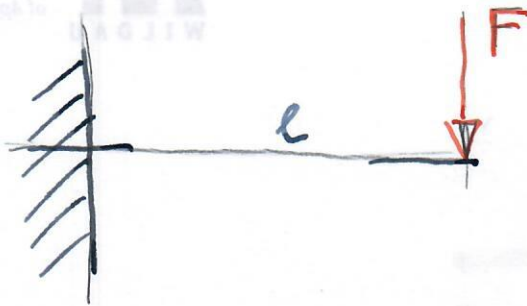
$$M_V = \sqrt{M_b^2 + \frac{3}{4} \cdot d^2 \cdot M_t^2}$$

$$M_V = \sqrt{600^2 + \frac{3}{4} \cdot 969^2 \cdot 375^2}$$

$$M_V = 640,48 \text{ Nm}$$

$$G_V = \frac{M_V}{W} = \frac{M_V \cdot 32}{\pi d^3} = \frac{640,48 \cdot 10^3 \cdot 32}{\pi \cdot 50^3}$$

$$G_V = (52,19 < 105) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



gege.: $F = 10 \text{ kN}$

$b = 140 \text{ mm}$

$h = 70 \text{ mm}$

$l = 1 \text{ m}$

$G_{Zul} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\alpha_0 = 1$

ges.: Sprögl.

Beanspruchung

Torsion
Biegung

Torsion: $M_t = F \cdot \frac{b}{2}$

$\tau_{tmax} = \frac{M_t}{W_t}$

$W_{t1} = C_3 \cdot \tau_{tmax}$

$W_{t2} = \frac{C_1}{C_2} n \cdot a^3$

$a = h = 70 \text{ mm}$

$n = \frac{b}{h} = 2$

$C_1 = 0,229$

$C_2 = 0,928$

$C_3 = 0,796$

$$W_{t2} = \frac{0,229}{0,928} \cdot 2 \cdot 70^3$$

$$W_{t2} = 169,282 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{tmax} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 140}{2 \cdot 169282,3}$$

$$\tau_{tmax} = \underline{\underline{4,13 \frac{N}{mm^2}}}$$

in der Mitte der langen Seiten

$$\tau_{tmin} = C_3 \cdot \tau_{tmax}$$

$$\tau_{tmin} = 0,786 \cdot 4,13$$

$$\tau_{tmin} = 3,28 \frac{N}{mm^2}$$

in der Mitte der kurzen Seiten

Biegung

$$G_b = \frac{M_b}{W_x} = \frac{F \cdot e \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 6}{140 \cdot 70^2}$$

$$G_b = \underline{\underline{87,46 \frac{N}{mm^2}}}$$

$$G_v = \sqrt{G_{res}^2 + 3(\alpha_0 \tau_{res})^2}$$

$$G_v = \sqrt{87,46^2 + 3(1 \cdot 4,13)^2}$$

$$\underline{\underline{G_v = 87,75 \frac{N}{mm^2} < 100 \frac{N}{mm^2}}}$$