Beanspruchungen mit konstanter Spannungsverteilung

Übersicht

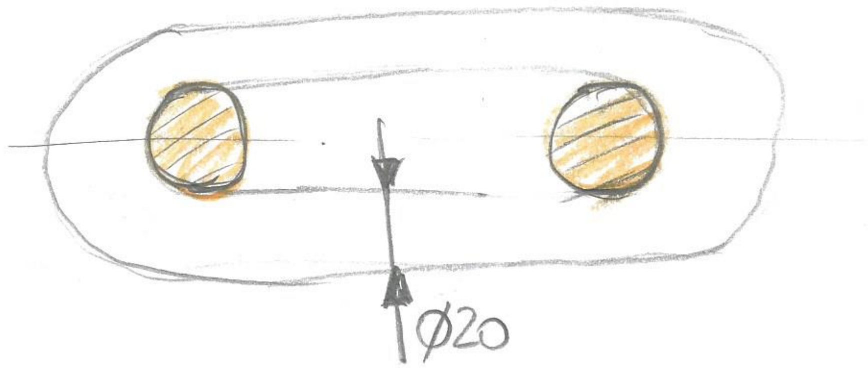
Beanspruchung

- (Zug) $\sigma_z = \frac{F_N}{A}$
  - prismat. Stab
  - Gewichtskraft
  - Fliehkraft
  - Behälter unter Überdruck
  - Temp.-änderung
- (Druck) $\sigma_d = \frac{F_N}{A}$
  - im Körper
    - prismat. Stab
    - Temp.-änderung
  - Zwischen Körpern (Berührungsspannungen)
    - ebene Flächen
    - gewölbte Flächen
      - Walzenpressung
      - Lagerpressung
      - Lochleibung
- (Scherung) $\tau_a = \frac{F_Q}{A}$
  - Scherung an ME
  - Schneiden

A: Gliederkette

[Holzmann]

Einfache Aufgaben



gege.: $d = 20\,mm$

$\sigma_{zul} = 75\,N/mm^2$

ges.: F_{zul}

Lösung:

$$F_{zul} = \sigma_{zul} \cdot A = 2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \sigma_{zul}$$

$$F_{zul} = \frac{\pi}{2} 20^2 mm^2 \cdot 75 \frac{N}{mm^2} = \underline{\underline{47{,}1\,kN}}$$

A: **6m** lange Zugstange aus Stahl mit Kreisquerschnitt, ist durch die Kraft **F = 360 kN** beansprucht. Gegeben sind **$\sigma_{zul} = 90\,N/mm^2$; $E = 2{,}1 \cdot 10^5\,N/mm^2$**

Zu berechnen sind der erforderliche Durchmesser d u. die Verlängerung **Δl** der Stange.

gege.: $F = 360\,kN$; $l = 6m$;

$\sigma_{zul} = 90\,N/mm^2$

$E = 2{,}1 \cdot 10^5\,N/mm^2$

ges.: d

Δl

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Entwurf:

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{F}{\sigma} \quad ; \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \ \sigma}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 360 \cdot 10^3 N \ mm^2}{\pi \cdot 90 \ N}}$$

$$d_{erf} = 71{,}4 \ mm$$

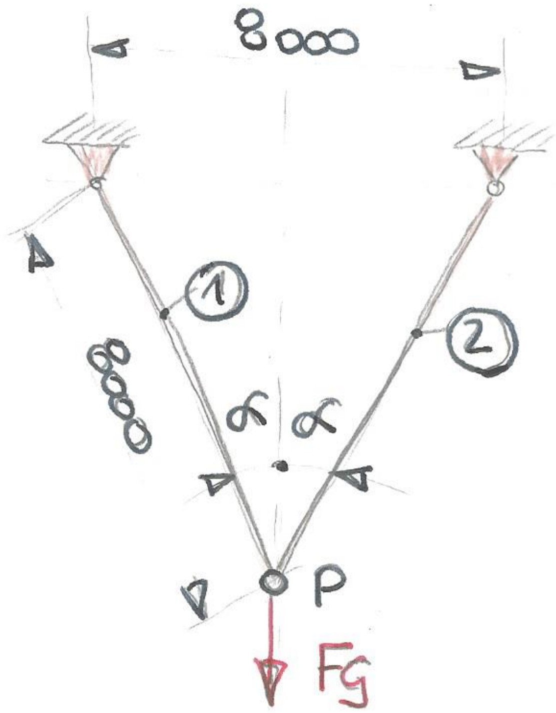
$$d_{gew} = 72 \ mm$$

(2)

$$\Delta l = l \cdot \frac{F}{E \cdot A} = 6000 mm \cdot \frac{360 \cdot 10^3 \ N \ mm^2}{2{,}1 \cdot 10^5 \ N \cdot \frac{\pi}{4} 72^2 mm^2}$$

$$\underline{\underline{\Delta l = 2{,}52 \ mm}}$$

14.03.2011
Holtmann



gege.:

$F_g = 10\ kN$

Stange 1:

$E_1 = 2{,}1 \cdot 10^5\ N/mm^2$

Aus Stahl

$d_1 = 8\ mm$

Stange 2:

Alu

$E_2 = 0{,}675 \cdot 10^5\ N/mm^2$

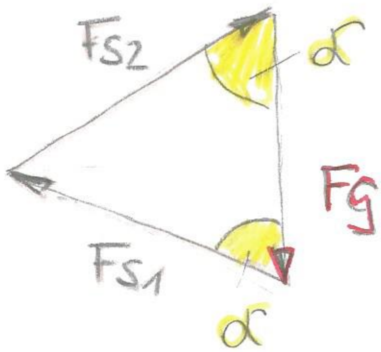
ges.:

a) σ_{z1}

b) d_2 bei $\Delta l_1 = \Delta l_2$

c) σ_{z2}

d) Verschiebung Punkt P



$$\sin\alpha = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30°$$

$$\cos\alpha = \frac{F_g}{2F_{S1}}$$

a) $$\sigma_{z1} = \frac{F_{S1}}{A_1}$$ $$F_{S1} = \frac{F_g}{2\cos\alpha} = 5{,}77\ kN$$

$$\sigma_{z1} = \frac{F_g \cdot 4}{2\cos 30°\ \pi\ d_1^2} = \frac{10\cdot 10^3 N\cdot 4}{2\cos 30°\cdot\pi\cdot 8^2 mm^2}$$

$$\sigma_{z1} = 114{,}86\ \frac{N}{mm^2}$$

b) $$\sigma \sim \varepsilon$$

$$\sigma = E\cdot\varepsilon = E\cdot\frac{\Delta l}{l}$$ $$\Delta l = \frac{F\cdot l}{E\cdot A}$$ allg.

$$\Delta l_1 = \Delta l_2\ ;\ l_1 = l_2\ ;\ F_{S1} = F_{S2}$$

$$\frac{F_{S1}\cdot l_1}{E_1\cdot A_1} = \frac{F_{S2}\cdot l_2}{E_2\cdot A_2}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{E_2}{E_1}$$

$$\frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{E_2}{E_1}$$

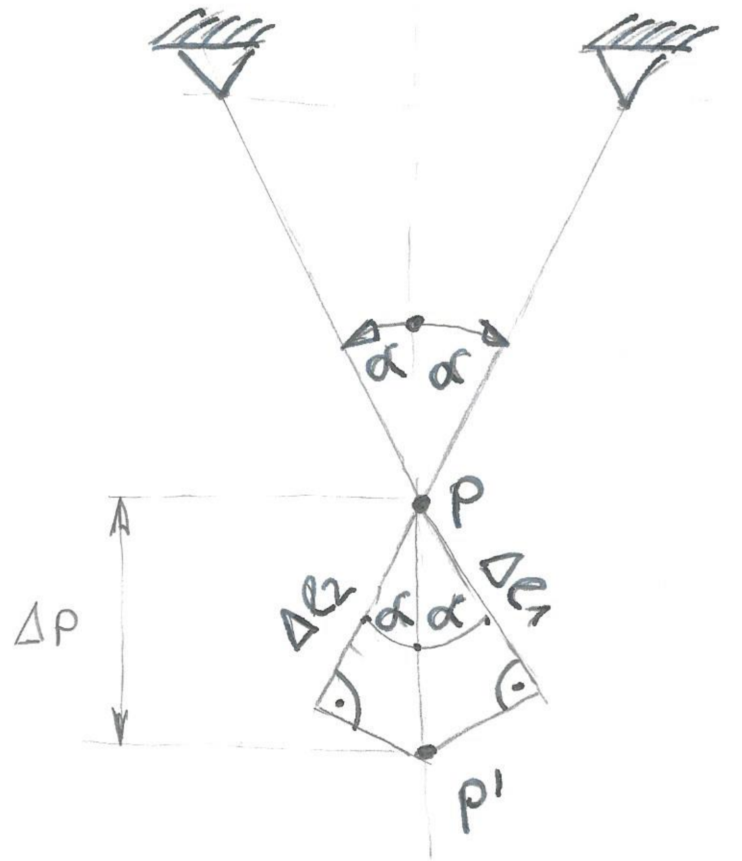
$$d_2^2 = d_1^2 \cdot \frac{E_1}{E_2}$$

$d_1 = 8\,mm$

$$d_2 = \sqrt{8^2 \cdot \frac{2{,}1 \cdot \cancel{10^5}}{0{,}675 \cdot \cancel{10^5}}}$$

$$\underline{\underline{d_2 = 14{,}1\,mm}}$$

c) $$\sigma_{z2} = \frac{F_{S2}}{A_2} = \frac{5{,}77 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 14{,}1^2} = \underline{\underline{36{,}95 \frac{N}{mm^2}}}$$



$\alpha = 30°$

$\Delta l_1 = \Delta l_2$

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{F_{S1} \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} = \frac{5{,}77 \cdot 10^3 \cdot 8000 \cdot 4}{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 8^2}$$

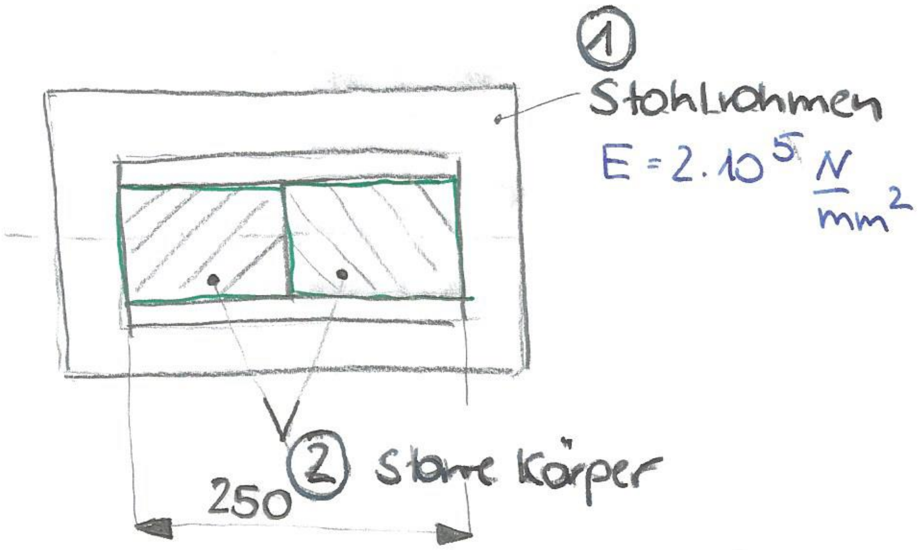
$\Delta l = 4{,}37 \text{ mm}$

$$\cos\alpha = \frac{\Delta l}{\Delta P} \; ; \; \Delta P = \frac{\Delta l}{\cos 30°} = \frac{4{,}37}{\cos 30°}$$

$\underline{\underline{\Delta P = 5{,}05 \text{ mm}}}$

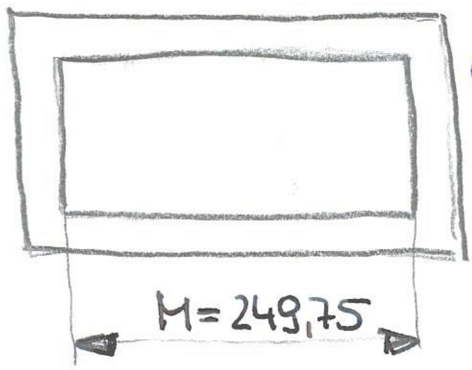
Bsp.: (Holzmann)

gege.:



$\sigma_{z\,zul} = 200 \frac{N}{mm^2}$

ges.:



a) Abstand der Pressflächen vor dem Schrumpfen

b) Temperaturänderung

Lösung:

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{th} = 0; \quad \varepsilon_{el} = -\varepsilon_{th}$$

$$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta l}{l} \quad ; \quad \Delta l = l \frac{\sigma}{E}$$

$$\Delta l = 250 \cdot \frac{200}{2 \cdot 10^5}$$

$$\underline{\underline{\Delta l = 0{,}25\,mm}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{el} = \varepsilon_{th} = \frac{\Delta l}{l}} = \frac{0{,}25}{250} = 0{,}001 \qquad -\frac{\Delta l}{l} = -\alpha_T \cdot \Delta T$$

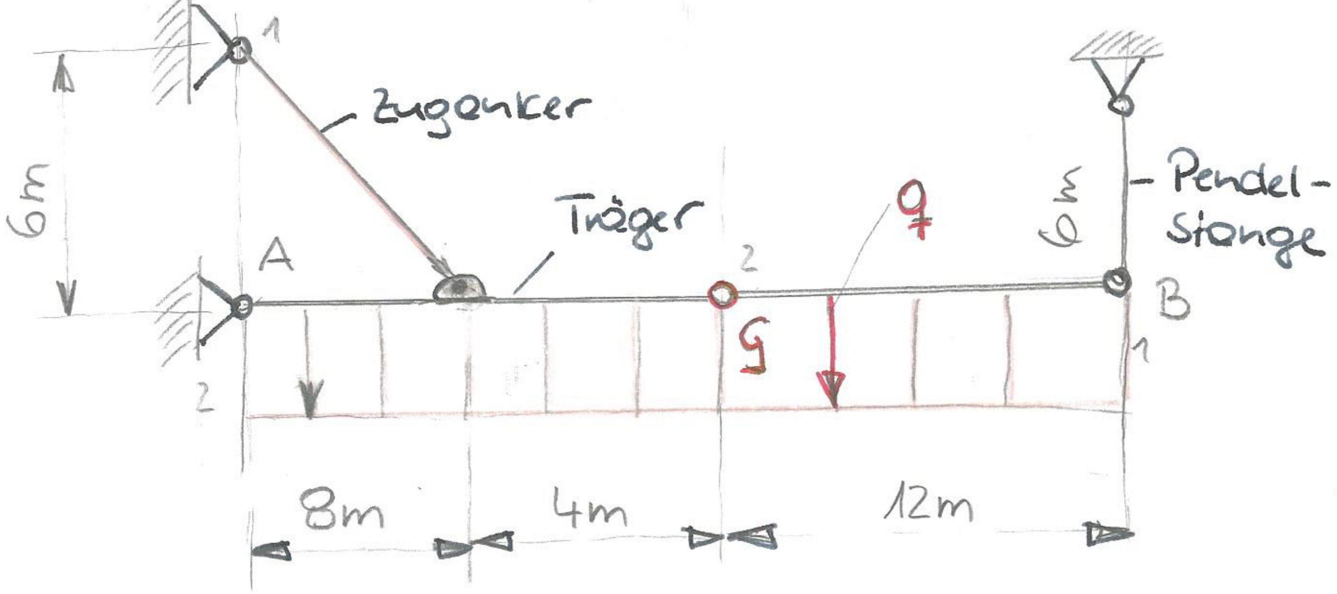
$$\varepsilon_{th} = \alpha_T \cdot \Delta T; \quad \Delta T = \frac{0{,}001}{12 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{83{,}3\,K}}$$

16.03.2011

Gelenkträger

$U = \sum m - 3 \cdot n$ $\quad n = 4$

$U = 12 - 12 = \varnothing$ $\quad m = 12$

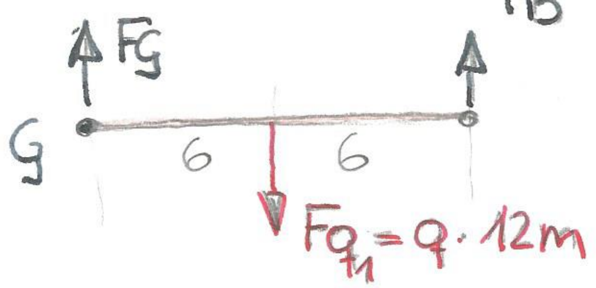


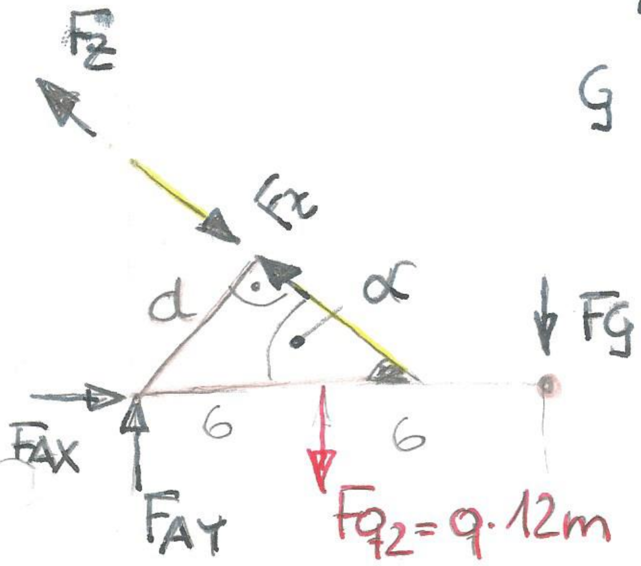
$q = 25 \frac{kN}{m}$

Träger – U-Profile

$\sin\alpha = \frac{d}{8}$

$d = \sin\alpha \cdot 8$





$\tan\alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\underline{\alpha = 36{,}86°}$

System 1:

$\curvearrowleft G: \quad -F_{q1} \cdot 6 + F_B \cdot 12 = 0$

$$F_B = F_{q1} \cdot \frac{6}{12} = q \cdot \cancel{12} \cdot \frac{6}{\cancel{12}}$$

$$F_B = 25 \cdot 6 = \underline{\underline{150\,kN}}$$

$\uparrow: \quad F_G + F_B - F_{q1} = 0$

$$F_G = F_{q1} - F_B = 25 \cdot 12 - 150 = \underline{\underline{150\,kN}}$$

System 2:

$\curvearrowleft A: \quad + F_Z \cdot d - F_{q2} \cdot 6 - F_G \cdot 12 = 0$

$$F_Z = \frac{F_{q2} \cdot 6 + F_G \cdot 12}{d} = \frac{F_{q2} \cdot 6 + F_G \cdot 12}{\sin\alpha \cdot 8}$$

$$F_Z = \frac{25 \cdot 12 \cdot 6 + 150 \cdot 12}{\sin 36{,}86° \cdot 8}$$

$$\underline{\underline{F_Z = 750{,}17\,kN}}$$