

## Übungsaufgaben Festigkeitslehre

### Aufgabe 1

Die gelenkige Laschenverbindung nach Bild 1, mit einem Bolzendurchmesser  $d$  wird mit einer Zugkraft  $F$  belastet.

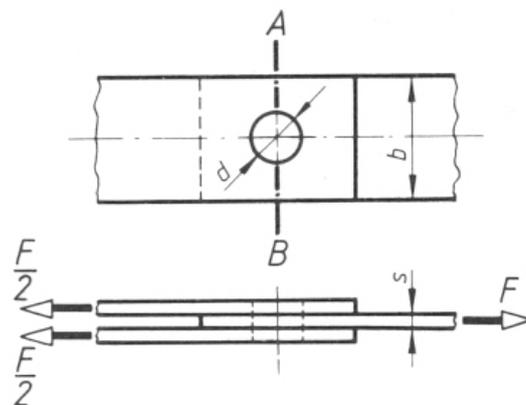
gegeben :

$d = 25 \text{ mm}$ ;  $F = 18 \text{ kN}$ ;

Verhältnis  $b/s = 10$ ;  $\sigma_{zul} = 90 \text{ N/mm}^2$ ;

gesucht :

- Skizze des gefährdeten Querschnittes A-B;
- Erforderlicher Flachstahl nach DIN 1017;
- Spannungsnachweis mit gewähltem Flachstahl.



**Bild 1 : Laschenverbindung**

### Aufgabe 2

Zwischen zwei Gebäuden liegt frei eine wasserführende Rohrleitung, die durch zwei Stahlseile in der Mitte zwischen den Gebäuden abgefangen werden soll (siehe Bild 2).

gegeben :

$l = 10 \text{ m}$  (Länge Rohrleitung)

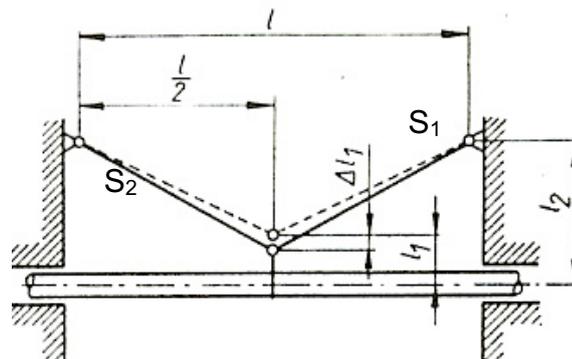
$l_1 = 1 \text{ m}$ ;  $l_2 = 3,5 \text{ m}$ ;  $\sigma_{zul} = 100 \text{ N/mm}^2$

$F_G = 2 \text{ kN}$  (Gewichtskraft für das Stück Rohrleitung)

$d = 1 \text{ mm}$  (Durchmesser eines Drahtes für die Seile  $S_1, S_2$ )

gesucht :

- $i$  (Anzahl der Stahldrähte);
- $\Delta l_1$  ( Senkung des Rohres infolge elastischer Verlängerung der Seile bei Belastung );



**Bild 2 : Rohrleitung (Seilaufhängung)**

### Aufgabe 3

Der in Bild 3 dargestellte Kranausleger besteht aus einer Schließe 1 und der Strebe 2, die im Punkt K gelenkig miteinander verbunden sind. Die Schließe wird aus zwei Rundstahlstangen aus Stahl mit dem Durchmesser  $d$ , die Strebe 2 aus zwei ungleichschenkligen Winkelstählen aus Stahl gebildet. In einem Belastungsversuch wurde unter der Kraft  $F$  an einer Stange der Schließe 1 die Längsdehnung  $\varepsilon$  gemessen.

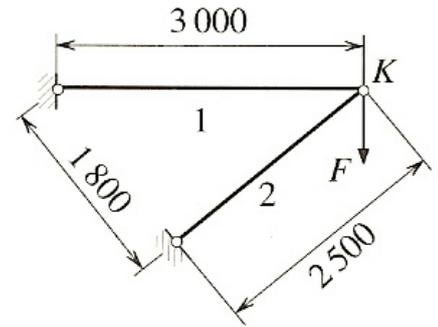
gegeben:

Schließe 1 :  $E_1 = 2,1E5 \text{ N/mm}^2$ ; 2 Stangen mit  $d = 20 \text{ mm}$ ;  
gemessene Dehnung an einer Stange  $\varepsilon = 0,06 \%$

Strebe 2 :  $E_2 = 2,1E5 \text{ N/mm}^2$ ;  
2 Winkelprofile 130 x 65 x 10 DIN 1029

gesucht:

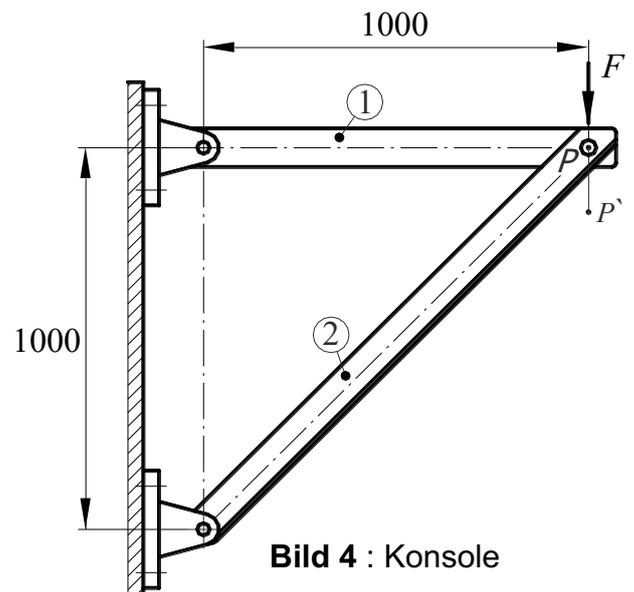
- Kraft  $F_{s1}$  der Schließe 1; Spannung  $\sigma_1$  in der Schließe 1;
- Kraft  $F_{s2}$  der Strebe 2; Spannung  $\sigma_2$  in der Strebe 2;
- Längenänderung  $\Delta l_1$  der Schließe 1; Längenänderung  $\Delta l_2$  der Strebe 2.



**Bild 3:** Kranausleger mit angehängter Last  $F$

### Aufgabe 4

Die Konsole eines Stahlgerüsts nach Bild 4 besteht aus zwei Stäben. Sie wird mit einer Kraft  $F = 20 \text{ kN}$  belastet. Als Halbzeug für den horizontalen Stab (Einzelteil 1) wurde ein Flachstab EN 10058-40x6x1010 F Stahl EN 10025-S235JR verwendet. Für den schrägen Stab (Diagonalstab, Einzelteil 2) wurden zwei Winkelprofile L-EN10056-1-40x40x4 S235J0 ( $A=308 \text{ mm}^2$  für ein Profil) eingesetzt. Die Verbindungen der Profile untereinander und zur Wand können gelenkig und reibungsfrei angenommen werden. Zu berechnen sind für die beiden Stäbe (Einzelteile 1 und 2) die Stabkräfte, die Normalspannungen mit Angabe als Zug- bzw. Druckspannung und die Stabverlängerungen. Berechnen Sie weiterhin die vertikale Verschiebung des Punktes  $P$  nach Punkt  $P'$  durch die Belastung der Konsole.



**Bild 4:** Konsole

## Aufgabe 5

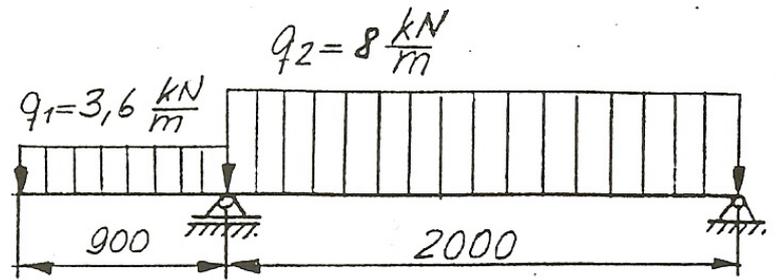
Für den in Bild 2 dargestellten Träger aus S 235 JR (St 37-2) sind die Schnittkraftverläufe (mit allen Zahlenwerten) anzugeben. Weiterhin ist die Maximalspannung zu berechnen.

gegeben :

- Träger S 235 JR (St 37-2) Bild 2 a)
- Trägerprofil Bild 2 b)
- $q_1 = 3,6 \text{ kN/m}$
- $q_2 = 8 \text{ kN/m}$

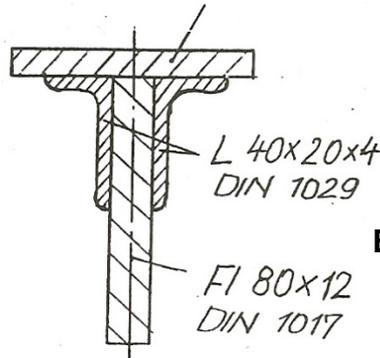
gesucht :

- $F_q$ -Diagramm;  $M_b$ -Diagramm einschließlich Zahlenwerte;
- $\sigma_b \text{ max}$ ;



**Bild 2 a) : Träger**

*FI 70x8 DIN 1017*



**Bild 2 b) : Trägerprofil**

## Aufgabe 6

Für den in Bild 1 dargestellten Holm aus GS-45 ist die maximal zulässige statische Last zu berechnen.

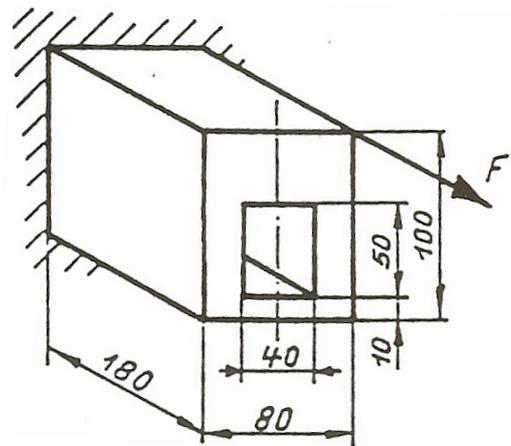
gegeben :

$\sigma_{zul} = 150 \text{ N/mm}^2$ ;

gesucht :

$F_{max}$  ;

**Bild 6 : Einseitig eingespannter Holm**



## Aufgabe 7

Für das in Bild 7 dargestellte Profil ist an der Einspannstelle eines einseitig eingespannten Trägers der Biegespannungsverlauf zu berechnen :

gegeben :

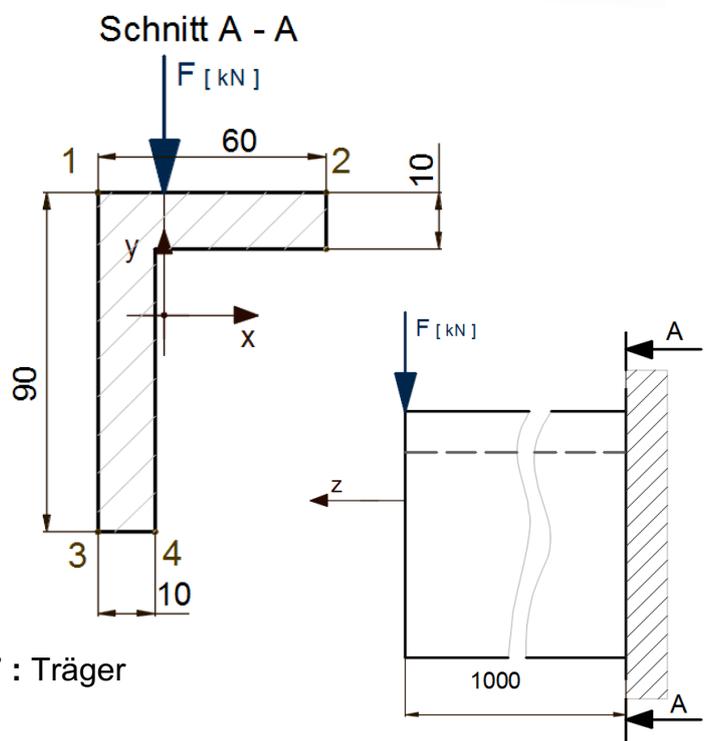
$B = 6 \text{ cm}$ ;  $H = 9 \text{ cm}$ ;

$s = 1 \text{ cm}$ ;  $L = 1 \text{ m}$ ;

$F = 1,5 \text{ kN}$ ;

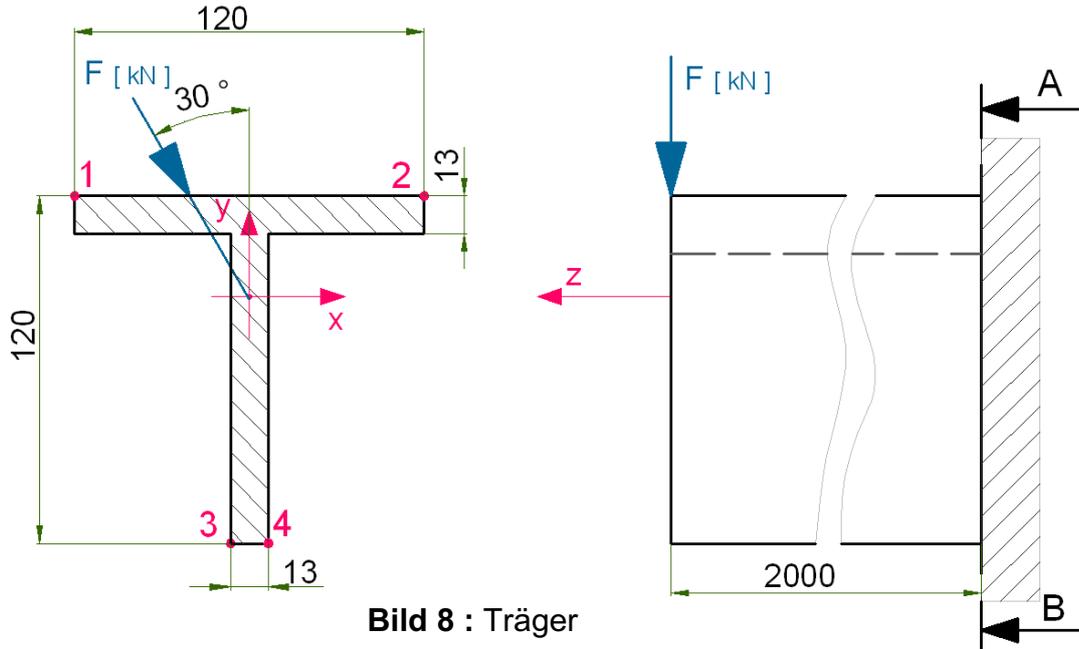
gesucht :

- a) Spannungen ( $\sigma_1 \dots \sigma_4$ ) an den Eckpunkten des Profils;
- b) Gleichung der Spannungsnulllinie;
- c) Grafische Darstellung des Biegespannungsverlaufes;



**Bild 7 : Träger**

**Aufgabe 8**  
**Schnitt A - B**



**Bild 8 : Träger**

Ein Freiträger nach Bild 8 ist am freien Ende durch eine Last  $F$  in Richtung der Y-Achse belastet.

gegeben :

$F = 4 \text{ kN}$

gesucht :

- a) Normalspannungen in den Punkten 1,2,3,4;
- b) Gleichung der Spannungsnulllinie;
- c) Grafische Darstellung der Spannungsverteilung.

**Aufgabe 9**

Berechnen Sie für die in Bild 9 skizzierte Welle aus 50CrMo4, mit konstantem Querschnitt ( $E \cdot I = 6 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$ ) die Durchbiegung am linken Wellenende durch die Eigengewichte der Massen  $m_1$  und  $m_2$  für die nachfolgend angegebenen Werte :

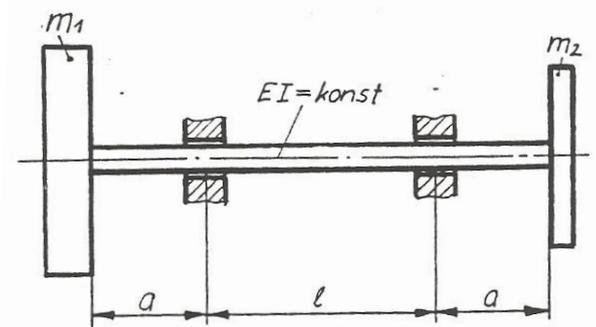
gegeben :

$m_1 = 200 \text{ Kg}; m_2 = 100 \text{ Kg};$

$l = 1000 \text{ mm}; a = 500 \text{ mm}$

gesucht :

Durchbiegung am linken Wellenende.



**Bild 9 : Welle**

## Aufgabe 10

Für den in Bild 10 dargestellten Träger aus E295 (St 50-2) mit Rechteckquerschnitt ( $b = 10 \text{ mm}$ ,  $h = 20 \text{ mm}$ ) sind die Durchbiegungen an den Stellen I und II zu berechnen. Geben Sie den Verlauf der Schnittgrößen mit allen erforderlichen Zahlenwerten an.

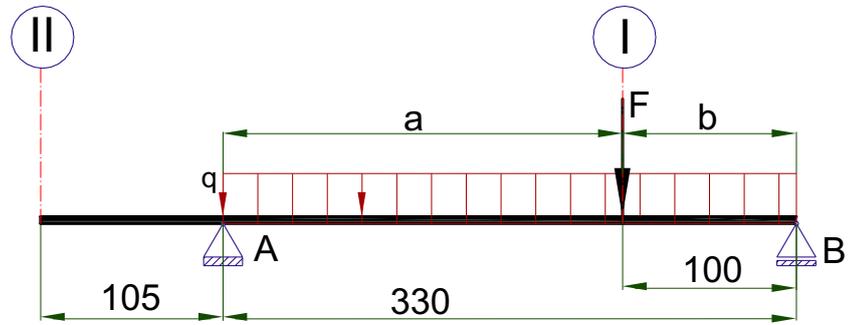


Bild 10 : Träger

gegeben :

$F = 1,2 \text{ kN}$ ;  $q = 1,05 \text{ N / mm}$  ;

gesucht :

$f_I$  - Durchbiegung an Stelle I;

$f_{II}$  - Durchbiegung an Stelle II;

Freimachen des Trägers;

Verlauf der Schnittgrößen ( $F_q$ ,  $M_b$  - Diagramme)

## Aufgabe 11

Für das in Bild 11 dargestellte Rohrstück aus S 235 JR ( St37-2 ), das durch ein Drehmoment ( $M_d$ ) beansprucht wird, ist die Torsionsspannung im Rohrquerschnitt und der Verdrehwinkel ( $\varphi$  bzw.  $\vartheta$ ) der beiden Flansche zueinander zu berechnen.

gegeben :

$M_d = 1500 \text{ Nm}$ ;

Rohr aus S 235 JR ( St37-2 ) ;

$G = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

gesucht :

$\tau$ ;  $\varphi$  [°];  $\vartheta$  [°/m];

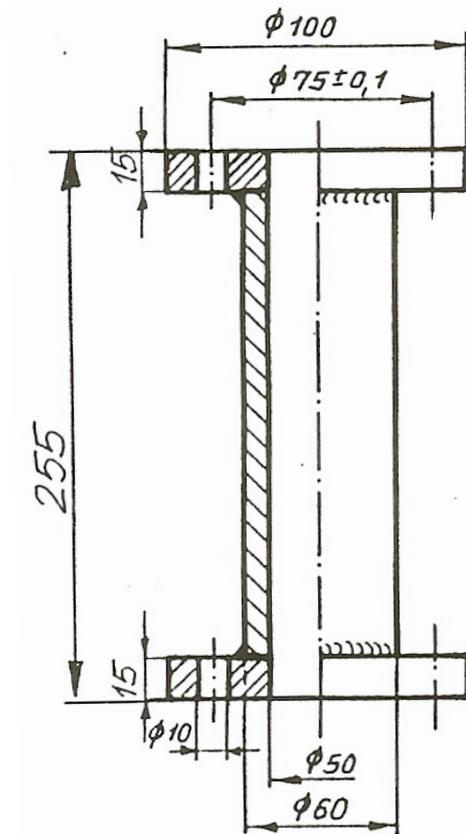
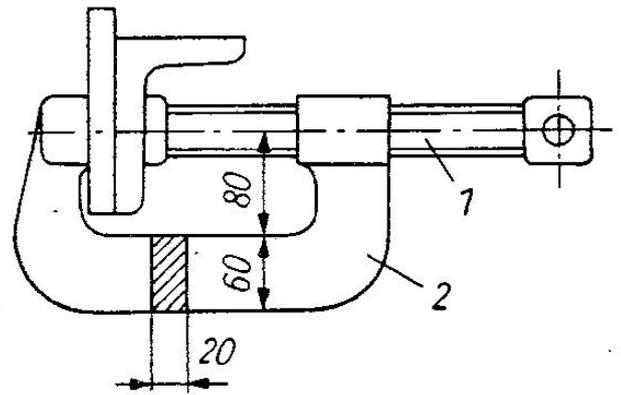


Bild 11 : Rohr mit  $M_d$  belastet

## Aufgabe 12

Zum Festklemmen von Blechen, Winkeln, Platten für eine nachfolgender Bearbeitung (z. B. bohren, schweißen, nieten) kann man die skizzierte Schraubzwinde verwenden (Bild 12). Mit der Spannschraube 1 und dem Bügel 2 wird eine maximale Spannkraft von  $F_D = 4 \text{ kN}$  erzeugt.

- Schneiden Sie den Bügel frei !
- Führen Sie einen Spannungsvergleich durch ( $\sigma_{zul} = 120 \text{ N/mm}^2$ )!

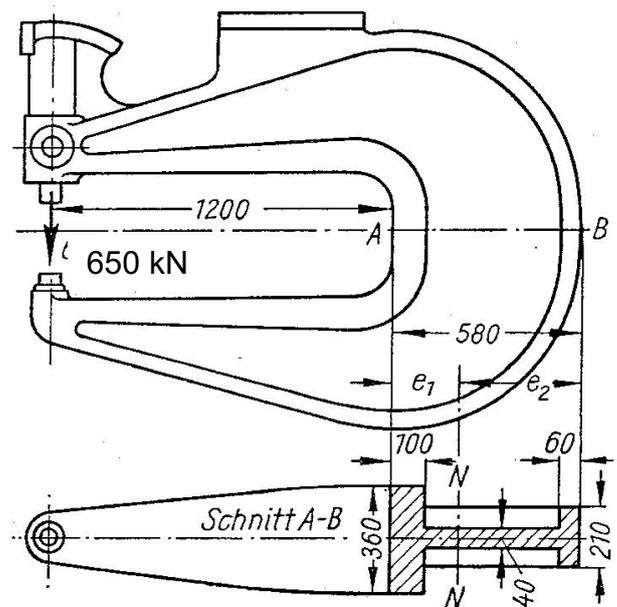


**Bild 12** : Schraubzwinde

## Aufgabe 13

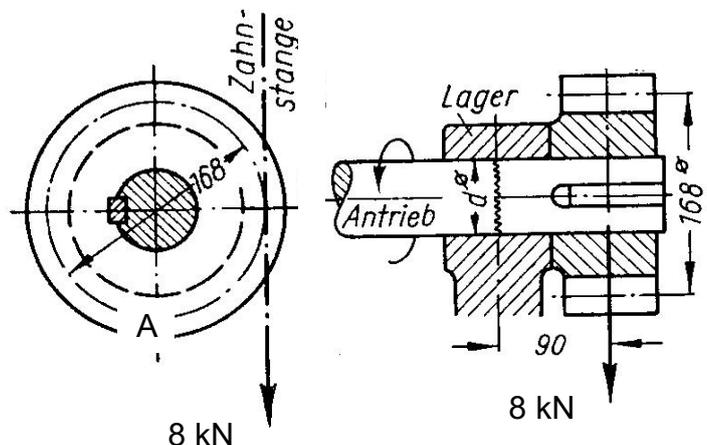
Im Bild 13 ist ein Nietmaschinenbügel aus GS-52 dargestellt. Er hat eine Ausladung von 1200 mm. Der Stempeldruck des Nietkolbens beträgt  $F = 650 \text{ kN}$ . Führen Sie einen Spannungsvergleich für den gefährdeten Querschnitt durch ( $\sigma_{zul} = 120 \text{ N/mm}^2$ )

**Bild 13** : Nietmaschinen-Bügel



## Aufgabe 14

Das Stauschütz einer Wasserkraftanlage nach Bild 14 wird von einer Aufzugswinde an einer Zahnstange mit  $F = 8 \text{ kN}$  (senkrechte Zugkraft) gehoben. Das Antriebszahnrad der Zahnstange hat  $D = 168 \text{ mm}$  Teilkreisdurchmesser und ist außerhalb des Lagers der Windenwelle, um  $L = 90 \text{ mm}$  auskragend, angeordnet. Die zulässige Biegespannung beträgt  $\sigma_{zul} = 40 \text{ N/mm}^2$  und die zulässige Schubspannung beträgt  $\tau_{zul} = 60 \text{ N/mm}^2$  (S235JR). Für den gefährdeten Wellenquerschnitt sind zu berechnen a) das Anstrengungs-

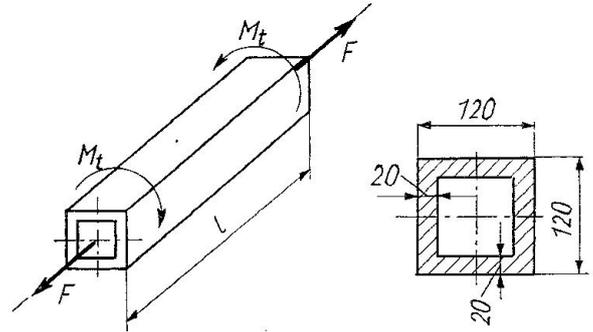


**Bild 14** : Antrieb

verhältnis  $\alpha_0$  (GEH); b) das Biegemoment  $M_b$ ; c) das Torsionsmoment  $M_t$ ; d) das Vergleichsmoment  $M_v$ ; e) der Wellendurchmesser  $d$  in mm.

### Aufgabe 15

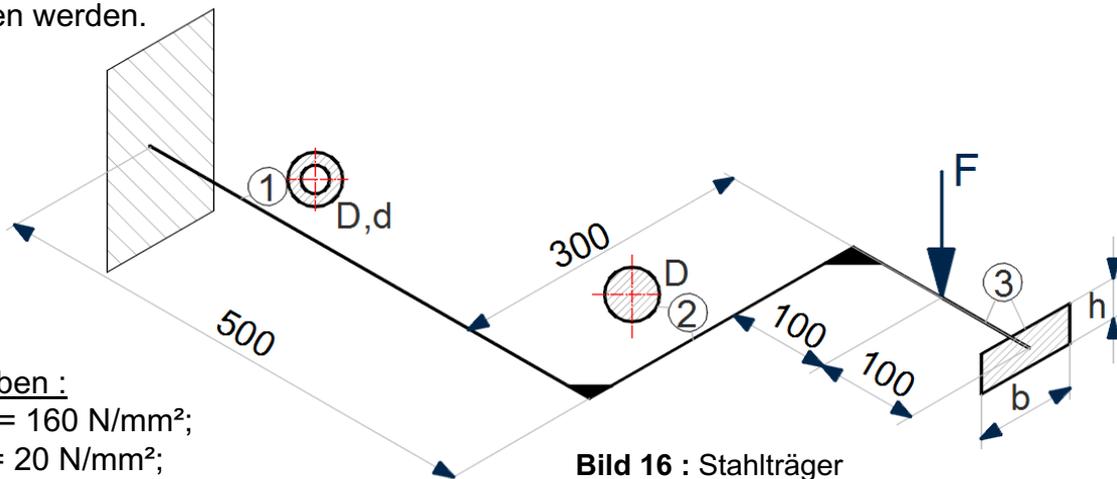
Das in Bild 15 dargestellte Verbindungsstück (dünnwandiges Kastenprofil) besteht aus dem Werkstoff GS-38 (geglüht). Beansprucht wird das Teil durch ein schnellend wirkendes Drehmoment  $M_t = 120 \cdot 10^5$  Nmm. Die Zugkraft wirkt ruhend mit  $F = 80$  kN. Die zulässige Normalspannung für die Zugkraft (LF I) beträgt  $\sigma_{zul} = 110$  N/mm<sup>2</sup> und  $\tau_{zul} = 51$  N/mm<sup>2</sup> für die Verdrehbeanspruchung (LF II). Die Länge des Profils ist  $l = 0,5$  m. Das Schubmodul ist  $G = 8,1 \cdot 10^4$  N/mm<sup>2</sup> und das Elastizitätsmodul ist  $E = 2,1 \cdot 10^5$  N/mm<sup>2</sup>. Berechnen Sie a) die maximalen Vergleichsspannungen nach der Normalspannungshypothese, Schubspannungshypothese und Gestaltänderungsenergiehypothese. b) Wie groß ist der Drehwinkel  $\varphi$  in ° und die Verlängerung  $\Delta l$  des Verbindungsstückes ?



**Bild 15** : Verbindungsstück

### Aufgabe 16

Die Profile eines abgewinkelten Stahlträgers nach **Bild 20** sollen bemessen und nachgewiesen werden.



**Bild 16** : Stahlträger

gegeben :

$$\sigma_{b\ zul} = 160 \text{ N/mm}^2;$$

$$\tau_{zul} = 20 \text{ N/mm}^2;$$

$$\varphi_{zul} = 0,2^\circ; \quad G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$F = 800 \text{ N};$$

Profil 1 = Rohr; Profil 2 = Rund (voll); Profil 3 = Rechteck;

Teilaufgaben :

a) Bemessen (entwerfen) Sie Profil 3 (Rechteck) für ein Bauverhältnis  $h/b = 0,1$ .

Runden Sie auf volle [mm] auf !

b) Spannungsvergleich im Profil 3 (Rechteck) !

c) Bemessen Sie Profil 2 (Rund) infolge Biegebeanspruchung (Spannung);

Torsionsbeanspruchung (Spannung und Verdrehung) ! Runden Sie auf volle [mm] auf !





## Lösungen

### Aufgabe 1 (Böge)

- b)  $F_L$  DIN 1017 – 60 x 6 – S235JR  
c)  $\sigma_z \leq \underline{\sigma}_{zul}$ ;  $(85,7 \leq 90)$  N/mm<sup>2</sup>

### Aufgabe 2 (Böge)

- a)  $i = 29$  Drähte  
b)  $\Delta l_1 = 5,81$  mm

### Aufgabe 3 (Holzmann)

- a)  $F_{S1} = 79,2$  kN;  $\sigma_1 = 126$  N/mm<sup>2</sup> (Zugstab)  
b)  $F_{S2} = 98,8$  kN;  $\sigma_2 = 26,56$  N/mm<sup>2</sup> (Druckstab)  
c)  $\Delta l_1 = 1,8$  mm;  $\Delta l_2 = -0,316$  mm

### Aufgabe 4 (Holzmann)

- $F_{S1} = 20$  kN (Zugstab);  $F_{S2} = -28,28$  kN (Druckstab);  $\sigma_1 = 83,33$  N/mm<sup>2</sup> ;  
 $\sigma_2 = 45,9$  N/mm<sup>2</sup>;  $P-P' = 0,8337$  mm

### Aufgabe 5

- $F_A = 11,86$  kN;  $F_B = 7,27$  kN;  $F_q$  Nulldurchgang bei Lager A und von Lager B,  $z = 0,908$  m;  $M_{bmax} = 330,3 \cdot 10^4$  Nmm;  
 $y_s = 5,828$  cm;  $I_{xx} = 130$  cm<sup>4</sup>;  $\sigma_{bmax} = 148$  N/mm<sup>2</sup>

### Aufgabe 6

- $P_1$  (-4; 4,5) cm, (Zug + Biegezug ( $M_y$ ) + Biegedruck( $M_x$ ))  
 $P_2$  (4; 4,5) cm, (Zug + Biegezug ( $M_y$ ) + Biegezug ( $M_x$ )) – kritische Stelle  
 $P_3$  (-4; -5,5) cm, (Zug + Biegedruck ( $M_y$ ) + Biegedruck( $M_x$ ))  
 $P_4$  (4; -5,5) cm, (Zug + Biegedruck ( $M_y$ ) + Biegezug ( $M_x$ ))  
 $I_{xx} = 565$  cm<sup>4</sup>;  $I_{yy} = 400$  cm<sup>4</sup>;  $F_{max} = 160$  kN

### Aufgabe 7

- a)  $y_s = 5,92$  cm;  $x_s = 1,57$  cm;  $I_{xx} = 112,6$  cm<sup>4</sup>;  $I_{yy} = 40$  cm<sup>4</sup>;  $I_{xy} = -38,6$  cm<sup>4</sup>;  
 $M_x = 150$  kNcm;  $y_y = 0$  kNcm;  
 $\sigma_{b1} = 91,4$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b2} = -23,8$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b3} = -87,6$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b4} = -106,8$  N/mm<sup>2</sup>;  
b)  $y = 0,962 \cdot x$ ;  $\alpha \approx 44^\circ$

### Aufgabe 8

- a)  $P_1$  (-6; 3,478) cm, (Biegezug ( $M_y$ ) + Biegezug ( $M_x$ ))  
 $P_2$  (6; 3,478) cm, (Biegedruck ( $M_y$ ) + Biegezug ( $M_x$ ))  
 $P_3$  (-0,65; -8,521) cm, (Biegezug ( $M_y$ ) + Biegedruck ( $M_x$ ))  
 $P_4$  (0,65; -8,521) cm, (Biegedruck ( $M_y$ ) + Biegedruck ( $M_x$ ))  
 $M_x = 690$  kNcm;  $M_y = 400$  kNcm;  $I_{xx} = 399$  cm<sup>4</sup>;  $I_{yy} = 189,16$  cm<sup>4</sup>  
 $\sigma_{b1} = 185,8$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b2} = -66,18$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b3} = -133$  N/mm<sup>2</sup>;  $\sigma_{b4} = -160,2$  N/mm<sup>2</sup>;  
b)  $y = 1,22 \cdot x$ ;  $\alpha = 50,6^\circ$

### Aufgabe 9

$$f_{1.1} = \frac{F_1 \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I}; f_{1.2} = \tan(\alpha) \cdot a = \frac{F_2 \cdot a^2 \cdot l}{6 \cdot E \cdot I};$$
$$f_{ges} = f_{1.1} + f_{1.2} = 4,087 \text{ mm} + 0,681 \text{ mm} = 4,768 \text{ mm}$$

### Aufgabe 10

$F_A = 537 \text{ N}; F_B = 1010 \text{ N}; M_{bmax} = 95,7 \text{ Nm}$  (Stelle F);  
Stelle I :  $f_F = 0,46 \text{ mm}; f_q = 0,0948 \text{ mm}; f_l = f_F + f_q = 0,55 \text{ mm};$   
Stelle II :  $\alpha_1 = 0,246^\circ; \alpha_2 = 0,0643^\circ; \alpha_{ges} = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,31;$   
 $f_{II} = \tan(\alpha_{ges}) \cdot 105 \text{ mm} = 0,57 \text{ mm}$

### Aufgabe 11

$$\tau_1 = 68,3 \text{ N/mm}^2; \varphi = 0,36^\circ; \theta = 1,63^\circ/\text{m}$$

### Aufgabe 12

$$\sigma_{1.2} = \sigma_z + \sigma_{bz} = 40 \text{ N/mm}^2 < 120 \text{ N/mm}^2;$$
$$\sigma_{3.4} = \sigma_z - \sigma_{bd} = -33,33 \text{ N/mm}^2 < 120 \text{ N/mm}^2;$$
$$\sigma_{res} = (3,33 \pm 36,66) \cdot \text{N/mm}^2$$

### Aufgabe 13

$u_s = 21,31 \text{ cm}; e_1 = 213,1 \text{ mm}; e_2 = 366,8 \text{ mm}; M_{by} = 918 \text{ 515 kNmm};$   
 $I_y = 282626,35 \text{ cm}^4;$   
Rand 1 :  $\sigma_z + \sigma_{bz} = (9,9 + 69,25) \text{ N/mm}^2 = 79,18 \text{ N/mm}^2 < 120 \text{ N/mm}^2;$   
Rand 2 :  $\sigma_z - \sigma_{bd} = (9,9 + 119,2) \text{ N/mm}^2 = -109,3 \text{ N/mm}^2 < 120 \text{ N/mm}^2;$

### Aufgabe 14

- $\alpha_0 = 0,385;$
- $M_{bmax} = 720 \text{ Nm};$
- $M_t = 672 \text{ Nm};$
- $M_v = 754 \text{ Nm};$
- $d = 57,69 \text{ mm}, d_{gew} = 60 \text{ mm}$

### Aufgabe 15

- $\tau_1 = 30 \text{ N/mm}^2; \sigma_z = 10 \text{ N/mm}^2;$   
NH :  $\alpha_0 = 2,15; \sigma_v = 69,69 \text{ N/mm}^2;$   
SH :  $\alpha_0 = 1,078; \sigma_v = 65,448 \text{ N/mm}^2;$   
GEH :  $\alpha_0 = 1,24; \sigma_v = 65,2 \text{ N/mm}^2;$
- $\varphi = 0,21^\circ; \Delta l = 0,0238 \text{ mm}$

### Aufgabe 16

- Biegung :  $h = 7 \text{ mm}; b = 70 \text{ mm};$
- $\tau_s = 2,44 \text{ N/mm}^2 < 20 \text{ N/mm}^2; \sigma_b = 139,94 \text{ N/mm}^2 < 160 \text{ N/mm}^2;$
- Biegung :  $d = 25 \text{ mm};$   
Torsion :  $d_\tau = 28 \text{ mm}; d_\varphi = 31 \text{ mm};$   
Dazu gehört eine Nachweisrechnung  
 $\sigma_b = 82 \text{ N/mm}^2 < 160 \text{ N/mm}^2;$   
 $\tau_1 = 13,67 \text{ N/mm}^2 < 20 \text{ N/mm}^2;$   
 $\varphi = 0,18^\circ < 0,2^\circ$
- $\sigma_b = 78,4 \text{ N/mm}^2; \tau_1 = 19,6 \text{ N/mm}^2; \sigma_v = 85,43 \text{ N/mm}^2 < 160 \text{ N/mm}^2;$

### Aufgabe 17

	1 [N/mm <sup>2</sup> ]	2 [N/mm <sup>2</sup> ]	3 [N/mm <sup>2</sup> ]	4 [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_d$	-6,4	-6,4	-6,4	-6,4
$\sigma_{bx}$		14,8		-14,8
$\sigma_{by}$	-64,1		64,1	
$\sigma_{res}$	-70,5	8,4	57,7	-21,2
$\tau_t$	22,93	17,26	22,93	17,26
$\tau_s$	5,5		5,5	
$\tau_{res}$	28,43	17,26	28,43	17,26
$\sigma_v$	86	31	75,8	36,6

Spannungsvergleich :  $\sigma_{v \max} = ( 86 < 120 ) \text{ N/mm}^2$

### Aufgabe 18

- a)  $I_{\min} = 10\,996,33 \text{ cm}^4$ ;  
 b)  $i = 7,49 \text{ cm}$ ;  
 c) Knickfall  $l_k = 2 \cdot l$  ;  
 $\lambda = 160 > 80 \rightarrow$  Sicherheitsnachweis nach Euler !  
 d) Nach Euler  $\nu_k = 1,6 < 6 \rightarrow$  Kicksicherheit nicht gewährleistet !  
 Knickfall  $l_k = 0,7 \cdot l$ ;  $\lambda = 56 > 80 \rightarrow$  Sicherheitsnachweis nach Tetmajer !  
 Nach Tetmajer  $\nu_k = 11,2 > 6 \rightarrow$  Kicksicherheit gegeben !

### Aufgabe 19

- b)  $F_D = 269,45 \text{ kN}$ ;  
 c)  $I_{\text{eff}} = 551688,06 \text{ mm}^4$ ;  $l_k = l$ ;  $b = 48,68 \text{ mm}$ ;  
 d)  $b_{\text{gew}} = 50 \text{ mm}$ ;  $a = 100 \text{ mm}$ ;  
 e)  $\lambda = 82,4 < 90 \rightarrow$  Sicherheitsnachweis nach Tetmajer !  
 $\nu_k = 4,13 > 4 \rightarrow$  Kicksicherheit gegeben !

Prof. Dr.-Ing. Norbert Miersch